Вестник МИРБИС. 2021. № 1 (25)'. С. 181–188.
Vestnik MIRBIS. 2021; 1(25)': 181–188.
Научная статья
УДК 330.42
DOI: 10.25634/MIRBIS.2021.1.22

Терцет, или опыт моделирования трех макроэкономических переменных

Валерий Григорьевич Гребенников
Центральный экономико-математический институт РАН (ЦЭМИ РАН), Москва, Россия
valerygrebennikov@yandex.ru

Аннотация. Постановка задачи: в экономической науке «производство» и «распределение» рассматриваются как последовательные этапы повторяющегося процесса «воспроизводства», где первое предшествует второму. Данная статья основывается на представлении производства и распределения как процессов, протекающих одновременно, или «параллельно», хотя (в общем случае) с разными скоростями.
Построение модели: задача сводится к решению дифференциального уравнения с тремя переменными, параметры которой используются для вывода условий смены динамических режимов воспроизводства на макроэкономическом уровне.
Выводы: разработка приемлемого метода оценки параметров системы, дает возможность предложить указанные измерения в качестве инструмента индикативного анализа макроэкономических процессов.

Ключевые слова: процесс, реакция, воспроизводство, запуск, выпуск, распределенный продукт, динамическая модель, динамический режим, макроуровень, лаг технологический, лаг трансакционный.

Для цитирования: Гребенников В. Г. Терцет, или опыт моделирования трех макроэкономических переменных / В. Г. Гребенников // Вестник МИРБИС. 2021; 1(25). С. 181–188. DOI: 10.25634/MIRBIS.2021.1.22

JEL: C22

Original article

Terzet, or the experience of modeling three macroeconomic variables

Valery G. Grebennikov
Central Economics and Mathematics Institute of the Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia.
valerygrebennikov@yandex.ru

Abstract. Problem statement: in economics, "production" and "distribution" are considered as successive stages of a repeating process of "reproduction", where the first precedes the second. This article is based on the view of production and distribution as processes occurring simultaneously, or "in parallel", although (in general) at different rates.
Building a model: the problem is reduced to solving a differential equation with three variables, the parameters of which are used to derive the conditions for changing the dynamic modes of reproduction at the macroeconomic level.
Conclusions: the development of an acceptable method for assessing the parameters of the system makes it possible to offer these measurements as a tool for indicative analysis of macroeconomic processes.

Key words: process, reaction, reproduction, launch, release, distributed product, dynamic model, dynamic mode, macro level, technological lag, transaction lag.

For citation: Grebennikov V. G. Terzet, or the experience of modeling three macroeconomic variables. V. G. Grebennikov. *Vestnik MIRBIS*. 2021; 1(25)': 181–188. (In. Russ.). doi: 10.25634/MIRBIS.2021.1.22

JEL: M21, C60

Всю жизнь я мечтаю об изощренной до совершенства простоте, как число 3

Постановка задачи

В настоящей статье решается задача построения дифференциального уравнения с тремя переменными, параметры которой используются для выведения условий смены динамических режимов воспроизводства на макроэкономическом уровне. В теоретическом и прикладном аспектах эта задача непосредственно примыкает к активно ведущимся исследованиям отечественных и зарубежных авторов, так называемых, «опережающих показателей (индикаторов)» в макроэкономическом прогнозировании и анализе конъюнктуры. [Богданова, 2018; Остапкович, 2000; Banerjee, 2006; Alexander, 1958].

Общие положения и термины

Принципиальным моментом аксиоматики предложенной макроэкономической модели является понятие «запуска» наряду с «выпуском» и «распределенным продуктом». Запуск — это поток незавершенного производства с определенным (технологическим) лагом, преобразующийся в поток выпуска, или готового продукта. Одновременно запуск — это поток прав требований на этот продукт, с определенным (трансакционным) лагом, преобразующийся в «распределенный продукт», готовый к использованию. В этом смысле мы говорим, что производство и распределение — не последовательные, а «параллельные» стадии воспроизводства.

В некоторой степени эта методологическая позиция созвучна работе [Бухвальд, 1984, с. 20–22], авторы которой трактуют стадию производства как материализацию социальных отношений, включая распределение.

Дополнительно уточним используемые далее термины. Так, термином «процесс» обычно обозначается любая разворачивающаяся во времени последовательность событий. Мы воспользуемся им в некотором специальном, более узком значении. Будем говорить о «процессе с выходом Y(t), запуском X(t), заделом A(t) и собственной скоростью λ(t)>0», если выполняется система уравнений:

$$Y(t) = \lambda(t)A(t), \qquad (1)$$
$$\frac{dA(t)}{dt} = X(t) - Y(t).$$

Здесь t – время, полагаемое непрерывным. Переменные Y(t) и X(t) суть потоки (мгновенные скорости на текущий момент t) одинаковой размерности. A(t) есть запас на текущий момент t. Если за единичный отрезок времени принят, скажем, 1 год, то [Y] = [X]=[A]/год, где скобки [] обозначают размерность соответствующей величины. Иначе говоря, Y(t) и X(t) суть «мгновенные годовые скорости». Параметр λ(t) имеет размерность, обратную времени, т. е. в данном случае 1/год.

Процесс с постоянной собственной скоростью λ(t) = const = λ будем называть «квазиравномерным». Как следует из системы (1), квазиравномерный процесс описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dY}{dt} = \lambda(X(t) - Y(t)), \qquad (2)$$

с непрерывной функцией X(t) и начальным условием Y(0) = Y_0. Таким образом, квазиравномерный процесс формально эквивалентен тому, что называют «экспоненциально распределенным запаздыванием переменной Y(t) от переменной X(t) с темпом λ». Последнее является распространенным элементом динамических моделей в теоретической и прикладной экономике, особенно на макроуровне. Используя уравнение (2) в наших построениях, мы предпочитаем содержательно трактовать его в более удобных для экономического языка терминах процесса (скорость увеличения выходного потока пропорциональна скорости увеличения задела), оставляя в качестве дополнительной трактовку в терминах запаздывания (в частности, при интерпретации параметра λ, точнее, обратной ей величины, как «среднего лага процесса»). В дальнейшем термин «процесс» будет, когда это удобно, применяться также к переменной, являющейся выходом процесса.

Условимся, что два процесса являются «последовательными», если выход одного эквивалентен запуску другого, и «параллельными», если совпадают их запуски.

Введем еще один специальный термин «реакция с дифферентом X(t) – Y(t) и собственной скоростью γ(t) для обозначения функции Z(t), удовлетворяющей уравнению:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = \gamma(X(t) - Y(t)), \qquad (3)$$

где X(t), Y(t) – непрерывные функции от времени одинаковой с Z(t) размерности, γ(t) — положительный параметр размерности 1/год. Примером реакции является динамика потока выпуска, если его ускорение пропорционально разрыву между потоками спроса и продаж. Аналогично процессу, реакцию с постоянной собственной скоростью будем называть «квазиравномерной».

Экономическая интерпретация и решение

Вернемся к высказанному выше базисному предположению о динамической природе сочетания производства и распределения в системе воспроизводства на макроуровне. Производство как создание благ, годных для полезного использования в потреблении, а также для наращивания производственного потенциала экономики (верхней границы потока выпуска), отражает технологический аспект воспроизводства, тогда как распределение, определяемое нами как формирование притязаний экономических агентов на блага, вышедшие из производства, отражает трансакционный аспект воспроизводства. Учитывая предложенные терминологические договоренности, выражение «будем рассматривать производство и распределение как параллельные процессы» означает следующее: 1). На текущий момент t имеет место запас «производственный задел», или «продукт в производстве» A(t) и пропорциональный ему поток выпуска с мгновенной скоростью $Y(t) = \lambda(t)A(t)$. При этом производственный задел прирастает на величину запуска X(t) за вычетом выбытия, равного выпуску, т. е. с мгновенной скоростью $V(t) - Y(t)$. 2). На тот же текущий момент t имеет место запас «распределительный (трансакционный) задел», или «продукт в распределении» B(t) и пропорциональный ему поток распределенного продукта, или дохода, с мгновенной скоростью $U(t) = \kappa(t)B(t)$. При этом распределительный задел прирастает на величину запуска V(t) за вычетом выбытия, равного распределенному продукту, т. е. с мгновенной скоростью $V(t) - U(t)$. Имеется в виду, что в общем случае $\lambda(t) \neq \kappa(t)$. Ради упрощения дальнейшего анализа ограничимся рассмотрением квазиравномерных процессов, т. е $\lambda(t)= \lambda$, $\kappa(t) = \kappa$

Подчеркнем принципиальное значение определения производства и распределения как параллельных, а не последовательных процессов — в последнем случае в качестве запуска распределительного процесса был бы задан поток выпуска Y(t). Различие этих определений весьма существенным образом сказывается на динамических характеристиках воспроизводства в его абстрактно-теоретическом отражении.

Еще одним «тонким» моментом рассматриваемой концепции является включение в макроэкономический анализ хорошо известного экономистам и инженерам понятия запуска, пожалуй, в явной форме это делается впервые. Котлован, отрытый под фундамент будущего здания, непосредственно выступает как отдельное реальное благо, к тому же допускающее другое использование. Но котлован можно рассматривать и как будущее готовое здание в начале его строительства, т. е. как «запуск здания». В том же смысле говорят о запуске партии автомобилей в количестве 30 штук и т. п. Мера запуска и мера готового продукта совпадают, только относятся они к разным моментам производственного цикла. «Возраст», а не количество, как бы его ни измеряли, в тоннах, штуках или рублях — вот их единственное отличие. Разумеется, это не значит, что потоки запуска и выпуска совпадают в каждый текущий момент «абсолютного» («общего», «внешнего») времени. Такое может быть только в случае, когда, при прочих равных условиях, поток запуска достаточно долго поддерживается на постоянном уровне. По-видимому, поток макроэкономического запуска соответствует величине ВВП, но это утверждение оставим пока под вопросом, придерживаясь высокого уровня абстракции, принятого в данной работе.

Применение уравнения (2) к квазиравномерным процессам производства и распределения определяет динамику переменных Y(t) и U(t) при известной траектории V(t) и соответствующих начальных значениях Y0 и U0. Что касается запуска V(t), то представим эту переменную как квазиравномерную реакцию с дифферентом $U(t) - Y(t)$. Таким образом, предполагается, что ускорение запуска пропорционально скорости увеличения «дисбаланса распределения», или части притязаний на готовый продукт, не покрытых потоком выпуска. Это похоже на обычное предположение в теории запасов. Поступления (скажем, за счет выпуска продукции), увеличиваясь или уменьшаясь с определенной скоростью, реагируют с обратным знаком на колебания запаса вокруг некоторого «нормального» уровня так, чтобы компенсировать уменьшение запаса (вследствие превышения выбытия, например, в результате продаж, над поступлениями) или корректировать избыток запаса (вследствие превышения потока поступлений над потоком выбытия). В рассматриваемом же случае роль поступлений в запас также исполняет выпуск Y, а в качестве выбытия выступает поток притязаний на готовый продукт U. Чтобы собственная скорость реакции, аналогично процессу, трактовалась как положительная величина, дифферент реакции мы записываем с перестановкой членов, т. е. U как поступления и Y как выбытие запаса, названного «трансакционным заделом».

Но большее внимание нам хотелось бы привлечь к другому соображению в пользу выдвинутого предположения о характере динамики макроэкономического запуска V(t). Оно уводит в сторону от привычного мира причинно-следственных гипотез и выражающих их функциональных зависимостей. Речь идет о форме мира экономики и соответствующего ему экономического образа мысли. Эту форму выражает принцип «двойной бухгалтерии». Как в гражданском договоре праву требования его предмета всегда соответствует обязательство его предоставления, так в экономике любая величина и ее изменения в ходе хозяйственных операций «двоятся» в сопряженных плоскостях, выступая как актив и пассив. Симметрия «актив-пассив» — фундаментальное свойство системы хозяйственных операций любого масштаба, наиболее наглядно воплощенное в бухгалтерском балансе предприятия. (Заметим попутно, что, если как следует задуматься, по-видимому, можно найти соответствие между принципом количественного баланса активного и пассивного отражений хозяйственной операции и принципом двойственности решений в задачах оптимального выбора).

Рассмотрим макроэкономические потоки V(t), Y(t) и U(t) под этим углом зрения, т. е. как систему, обладающую, в некотором смысле, свойством симметрии, аналогично структуре «актив-пассив» бухгалтерского баланса. Сформулируем в общем виде предлагаемый подход к этой проблеме.

Пусть X — множество n переменных $X_1(t),..,X_n(t)$, t — время. Условимся называть его «системой процессов (PR-системой) n-го порядка», если каждая из переменных $X(t)_i$, i = 1, …,n, есть процесс либо реакция. По определению, каждой переменной PR-системы соответствует дифференциальное уравнение вида $dX_i/dt = \lambda_i(t)(X_s - X_i)$ для процесса и $dX_i/dt = \gamma_i(t)(X_s - X_r)$, r,s ≠ i для реакции. В обоих случаях dX_i/dt есть функция от разности двух переменных из множества X. Назовем эту разность «i-м узлом PR-системы» (Ai , i = 1,..,n). .

Осуществим разбиение узлов A_1, .., A_n на два непустых подмножества $A_i \in S_1$, $A_i \in S_2$ такое, что (1) $\Sigma (A_i \in S_1) \equiv \Sigma (A_i \in S_2)$ = Xr – Xs, где X_r, X_s — некоторые переменные PR-системы, r ≠ s, и при этом (2) выполняется условие, что если переменная системы X_i, входящая в узлы, представлена в обоих подмножествах, то она представлена в них с одинаковым знаком. Разбиение, отвечающее указанным условиям, есть, в предлагаемой терминологии, «баланс PR-системы». PR-систему, для которой существует баланс, назовем «симметричной PR-системой».

Представим баланс конкретной P-системы (если он существует) в записи:

$$BP(X_1,\dots,X_n) = \left|\begin{matrix} A_{11} \\ \dots \\ A_{1k} \end{matrix}\right\|\begin{matrix} A_{21} \\ \dots \\ A_{2l} \end{matrix}\right| .$$

Очевидно, что симметричная PR-система возможна лишь при условии n>2. Система 3-го порядка с переменными X, Y, Z допускает следующие варианты баланса:

$$\left|\begin{matrix} X-Y \\ Y-Z \end{matrix}\right\|\begin{matrix} X-Z \\ \dots\dots\dots \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} X-Y \\ \dots\dots \end{matrix}\right\|\begin{matrix} X-Z \\ Z-Y \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} Y-X \\ X-Z \end{matrix}\right\|\begin{matrix} Y-Z \\ \dots\dots\dots \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} Y-X \\ \dots\dots \end{matrix}\right\|\begin{matrix} Y-Z \\ Z-X \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} Z-X \\ X-Y \end{matrix}\right\|\begin{matrix} Z-Y \\ \dots\dots \end{matrix}\right|, \left|\begin{matrix} Z-X \\ \dots\dots \end{matrix}\right\|\begin{matrix} Z-Y \\ Y-X \end{matrix}\right| .$$

Таким образом, симметричная PR-система 3-го порядка всегда есть сочетание двух параллельных процессов и реакции. Если переменная, являющаяся общим запуском параллельных процессов и одновременно реакцией, выбрана, остаются только два варианта, различающиеся по знаку дифферента реакции.

Одним из таких вариантов симметричной PR-системы (второй из показанных выше) как раз и является система (4) дифференциальных уравнений, формализующая предложенную нами абстрактную макроэкономическую модель с потоками V(t), Y(t), U(t). Знак дифферента (U(t) – Y(t)) очевиден по смыслу рассматриваемой реакции.

$$\begin{aligned} \frac{dY(t)}{dt} &= \lambda(X(t)-Y(t)), \\ \frac{dU(t)}{dt} &= \kappa(X(t)-U(t)), \\ \frac{dV(t)}{dt} &= \gamma(U(t)-Y(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

Приведя систему (4) к линейному дифференциальному уравнению 3-го порядка с постоянными коэффициентами для любой из переменных (выберем Y(t)), получим:

$$\frac{d^3Y(t)}{dt} + (\lambda+\kappa)\frac{d^2Y(t)}{dt} + (\lambda\kappa + \gamma(\lambda-\kappa))\frac{dY(t)}{dt} = 0, \quad (5)$$

которому соответствует характеристическое уравнение с корнями

$$(0, \frac{-(\lambda+\kappa)+\sqrt{(\lambda-\kappa)^2-4\gamma(\lambda-\kappa)}}{2}, \frac{-(\lambda+\kappa)-\sqrt{(\lambda-\kappa)^2-4\gamma(\lambda-\kappa)}}{2}).$$

Наличие нулевого корня существенно упрощает анализ решений системы (4) и графическое представление его результатов.

В зависимости от конкретной конфигурации параметров λ, к, γ (собственных скоростей процессов Y(t), U(t) и реакции V(t)) возможны два основных режима динамики системы (4): режим схождения (апериодического и колебательного) и кумулятивный режим.

Очень важное замечание: если потоки Y и U трактовать как последовательные процессы, т. е. выпуск выступает запуском процесса распределения, то режим схождения является единственно возможным вариантом динамики любой из трех переменных системы.

В случае режима схождения траектории переменных сколь угодно близко приближаются к одинаковой для всех (равновесной) постоянной величине $V^*=Y^*=U^*=C_1$. Здесь C_1 — постоянная интегрирования, являющаяся функцией от собственных скоростей и начальных условий V_0, Y_0, U_0. Отметим, что равновесный уровень Y* совпадает для апериодического и колебательного режимов. Если он превышает начальный уровень Y_0, будем говорить о «подъеме», ниже начального уровня — о «депрессии», совпадает с ним — о «стагнации». Таким образом, речь идет не о направлении изменений данной переменной в отдельный момент времени или его короткий отрезок (оно может меняться не только в колебательном, но и в апериодическом режиме), а о присущей всем отрезкам времени после момента 0 тенденции, общем направлении «тяготения вверх» или «тяготения вниз» от начального значения к равновесному значению переменной. Подъем или спад — это характеристики всей траектории после нулевого момента, началом которого выбрана, скажем, дата t_1, но также и траекторий, берущих начало с последующих дат, например, с $t_2>t_1$. Поэтому подъем и спад мы будем трактовать как два значения интегральной (усредненной, тенденциальной) характеристики траектории переменной в интервале времени $t>t_2$, определенной в локальный момент t_2, и в этом смысле — как значения соответствующей указанному моменту локальной (текущей, ситуативной) характеристики траекторий, начинающихся с более ранних дат.

В кумулятивном режиме переменные PR-системы (4), если она предоставлена самой себе, неограниченно увеличиваются или уменьшаются с возрастающей скоростью. Соответственно, будем говорить о «взрыве» или «коллапсе».

Какому из двух вариантов режима схождения и кумулятивного режима — подъему или депрессии, взрыву или коллапсу — соответствует траектория системы после условного нулевого момента (а им может быть любая дата в абсолютной шкале времени), определяется начальными значениями переменных и собственными скоростями процессов Y, U и реакции V.

Приведем условия, которым удовлетворяют указанные режимы и их разновидности, независимо от направления изменений той или иной переменной.

Режим схождения

$\kappa<\gamma\lambda(\gamma-\lambda)$, $\gamma>\lambda$;
$\kappa>0$, $\gamma<\lambda$

Колебательный

$\kappa<\lambda$, $\gamma>(\lambda-\kappa)$.

Апериодический

$\kappa<\lambda$, $\gamma<(\lambda-\kappa)/4$;
$\kappa>\lambda$, $\gamma<\lambda$;
$\kappa<\gamma\lambda(\gamma-\lambda)$, $\gamma>\lambda$.

Кумулятивный режим

$\kappa>\gamma\lambda(\gamma-\lambda)$, $\gamma>\lambda$;

Отсюда видно, что кумулятивный режим возможен лишь при условии, что собственные скорости распределительного процесса и реакции запуска (оба они относятся к трансакционному аспекту воспроизводства) превышают собственную скорость производственного процесса (технологический аспект). Причем отмеченные трансакционные факторы являются взаимозамещающими в отношении условий перехода от режима схождения — подъема или депрессии — к кумулятивному режиму взрыва или коллапса, соответственно. Чем меньше значение параметра к, тем большее значение параметра γ требуется для этого перехода.

Что касается разновидностей режима схождения, то граница между ними располагается, во-первых, по линии $\kappa=\lambda$ при любых положительных γ. Колебательный режим имеет место лишь в случае, если собственная скорость распределительного процесса меньше собственной скорости производственного процесса. Но это условие не является достаточным. Малые значения параметров κ и γ, располагающиеся ниже линии γ = (λ – κ)/4, образуют своего рода «анклав» апериодического режима схождения.

В любом случае, прямой переход колебательного режима к кумулятивному возможен лишь при весьма существенном скачке вверх параметра κ, хотя он может быть частично скомпенсирован одновременным увеличением второго трансакционного параметра γ. В этом смысле, если двигаться вдоль шкалы значений собственной скорости распределительного процесса, апериодический режим схождения занимает «промежуточное» положение между колебательным и кумулятивным режимами

Наибольший интерес представляют условия, определяющие общее направление — вверх или вниз — динамики рассматриваемой системы. Напомним, что этот вопрос рассматривается здесь применительно к потоку выпуска Y(t).

Направление траектории Y(t) в кумулятивном режиме определяется знаком постоянной интегрирования C_2, соответствующей корню характеристического уравнения $r_2 > 0$, положительном при взрыве и отрицательном при коллапсе:

$$C_2 = \frac{\kappa Y_0' + \varepsilon V_0'}{r_2(r_2 - r_3)},$$

$$\varepsilon = \frac{(\kappa-\lambda) + \sqrt{(\kappa-\lambda)^2 + 4\gamma(\kappa-\lambda)}}{2}.$$

Здесь символ «'» означает первую производную соответствующей переменной по времени в момент 0. Заметим, что в случае кумулятивного режима ε>0.

Учитывая, что при $r_2>0$ знаменатель выражения для C_2 положителен, приходим к вопросу о знаке числителя κY'(0) + εV'(0). Ответ выглядит следующим образом. Зафиксируем произвольное — по определению, положительное — значение параметра λ и рассмотрим на плоскости (γ, κ) линию (назовем ее «динамическим нулем»), рассекающую область кумулятивного режима:

$$\gamma = (k(1-k)(\kappa-\lambda).$$

$$k = \frac{V_0 - Y_0}{U_0 - Y_0}.$$

Взрыв имеет место в трех случаях:

1. Начальное значение потока Y меньше начальных значений потоков V и U. Иначе говоря, в момент 0 одновременно увеличиваются как выпуск, так и запуск. Значения параметров (не выходящие за границы, предполагаемые кумулятивным режимом) не играют роли.

2. Начальное значение потока Y находится в промежутке между V и U, причем U>V. Тогда «взрывной являются все комбинации параметров κ и γ выше динамического нуля.

3. Начальное значение потока Y находится в промежутке между V и U, причем U<V. Тогда «взрывной» являются все комбинации параметров κ и γ ниже динамического нуля.

Условия «срыва» в коллапс являются симметричным отражением перечисленных выше вариантов сочетания параметров и начальных потоков в режиме взрыва:

4. Начальное значение потока Y больше начальных значений потоков V и U, т. е. в момент 0 как выпуск, так и запуск имеют отрицательное ускорение.

5. Начальное значение потока Y находится в промежутке между V и U, причем U > V. Тогда коллапсу соответствуют все комбинации параметров κ и γ ниже динамического нуля.

6. Начальное значение потока Y находится в промежутке между V и U, причем U<V. Тогда коллапсу соответствуют все комбинации параметров κ и γ выше динамического нуля.

В случае режима схождения оба ненулевых корня характеристического уравнения являются либо отрицательными действительными, либо сопряженными комплексными числами, и, как отмечалось выше, направление траектории Y(t) зависит от значения постоянной интегрирования C_1, одинаковой в обоих случаях и отражающей равновесный уровень Y*:

$$C_1 = Y_0 + \frac{\kappa Y_0' + \lambda V_0'}{\lambda\kappa + \gamma(\lambda-\kappa)} = Y^*$$

Следовательно, подъем имеет место при положительном значении второго слагаемого в правой части, приведенного выше выражения, депрессия — при отрицательном и стагнация при нулевом его значениях. Поскольку знаменатель указанного слагаемого может быть меньше нуля только в случае кумулятивного режима, вопрос упрощается до определения знака числителя, т. е. суммы $\kappa Y'(0) + \lambda V'(0)$.

Условия, соответствующие вариантам подъема и депрессии, аналогичны условиям взрыва и коллапса, соответственно. Но отрезок линии динамического нуля в той части плоскости (κ, γ), при фиксированном значении λ, которая корреспондирует с режимом схождения, приобретает другой вид, а именно: $\gamma = \kappa k$. С этой заменой остаются справедливыми пункты 1–3 применительно к подъему и 4–6 применительно к депрессии.

Наглядную картину «топографии» режимов динамики системы (4) и их разновидностей, а также расположения линии динамического нуля дает помещенная ниже диаграмма. Темными жирными линиями отмечены, во-первых, граница между кумулятивным режимом и режимом схождения (кривая линия справа, кумулятивному режиму соответствуют точки над ней), во-вторых, граница между колебательным и апериодическим режимами схождения (ломаная прямая линия слева, колебательному режиму соответствуют точки над ней). Более светлой линией показаны оба отрезка динамического нуля. Разумеется, конкретные пропорции различных фрагментов диаграммы и углы наклонов линии динамического нуля зависят от выбранного значения технологического параметра λ (в иллюстрированном варианте он равен $2\frac{1}{год}$), но его изменения не вносят принципиальных изменений в общие очертания структуры «фазового» пространства трансакционных параметров κ и γ (соответственно, абсцисса и ордината).

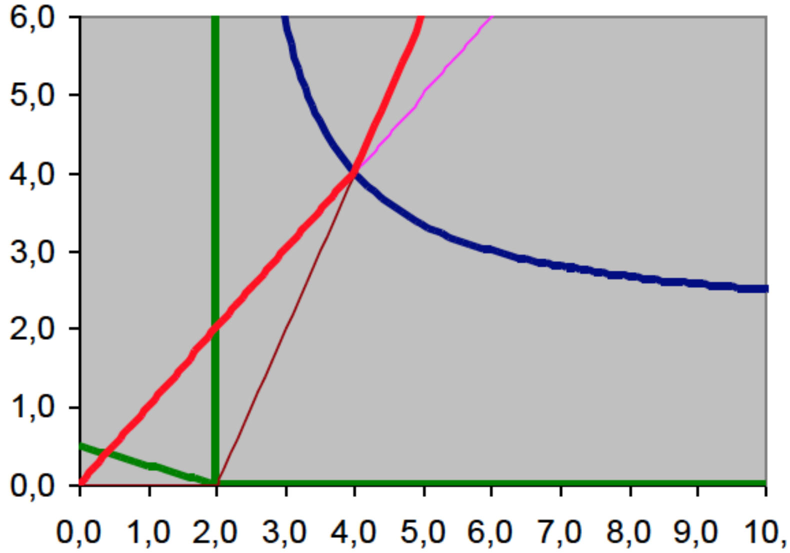

Рис. Границы динамических режимов воспроизводства

Источник: рисунок автора по данным настоящего исследования

Выводы

В заключение, оставив на будущее теоретико-экономическую интерпретацию выводов из системы (4), остановимся на одном их возможных ее применений в качестве инструмента эмпирического анализа макроэкономической динамики.

Выберем произвольную комбинацию потоков Y, V, U, обозначив ее через Z, в качестве начальной точки траектории системы (4) при известных значениях параметров λ, κ, γ. Разновидность режима динамики, общую для всех компонент Z, и ее направление для каждой из них, не обязательно совпадающее для всех компонент, будем называть «макроэкономической ситуацией в точке Z», т. е. припишем свойства всей предполагаемой траектории ее начальной точке. Говоря «предполагаемой», мы имеем в виду, что все последующие сочетания макроэкономических потоков, или траектория Z(t), будут совпадать с решениями системы (4). В этом случае, разумеется, «макроэкономическая ситуация» останется без изменений во всех точках траектории Z(t). Но ничто не мешает использовать этот термин как динамическую характеристику любой отдельной точки уже не предполагаемой, «теоретической», а фактически наблюдаемой, «реальной» траектории векторной переменной Z(t), интерпретируя его как выражение одной из важных слагаемых вектора сил, действующих в реальной макроэкономике, своего рода «касательной» к ее траектории. Фактические изменения макроэкономических переменных Y, V, U могут воплощать в себе влияние других факторов, помимо системы (4), и к тому же параметры этой системы подвержены более или менее резким сдвигам, в первую очередь, трансакционные. Следовательно, измерения макроэкономической ситуации в разных точках фактической траектории могут привести к более или менее существенно различающимся результатам. При условии, что удастся разработать приемлемый метод оценки параметров системы (4), это дает основания предложить указанные измерения в качестве инструмента индикативного анализа макроэкономических процессов, т. е. исследования, ориентированного на выявление симптомов возможных поворотов в существующем на данный момент положении дел.

Список источников

1. Богданова, 2018 — *Богданова А. Л.* Опережающие показатели — инструмент экономического прогнозирования / А. Л. Богданова // Экономическая наука современной России = Economics of contemporary Russia. 2018. №2 (81). С. 35–55. ISSN: 1609-1442.
2. Бухвальд, 1984 — *Бухвальд Е. М.* Проблемы воспроизводства общественного богатства: социально-экономический аспект / Е. М. Бухвальд, Л. И. Нестеров. Москва: Наука, 1984. 133 с.
3. Остапкович, 2000 — *Остапкович Г. В.* О системе индикаторов цикличности экономики / Г. В. Остапкович // Вопросы статистики. 2000. №12. С. 15–17. ISSN 2313-6383.
4. Alexander, 1958 — *Alexander S. S.* Rate of Change Approaches to Forecasting-Diffusion Indexes and First Differences / S. S. Alexander // The Economic Journal. 1958. Vol. 68. № 270. P. 288–301
5. Banerjee, 2006 — *Banerjee A.* Are there any reliable leading indicators for US inflation and GDP growth? / A. Banerjee and M. Marcellino // International Journal of Forecasting, 2006; 22(1): 137–151.

References

1. Bogdanova A. L. Operezhayushchiye pokazateli – instrument ekonomicheskogo prognozirovaniya [Leading indicators – an instrument of economic forecasting]. A. L. Bogdanova. *Economics of contemporary Russia*. 2018; 2 (81); 35–55. ISSN: 1609-1442 (in Russ.).
2. Bukhvald E. M. *Problemy vosproizvodstva obshchestvennogo bogatstva: sotsial'no-ekonomicheskiy aspekt* [Problems of reproduction of social wealth: socio-economic aspect]. E. M. Bukhvald, L. I. Nesterov. Moscow : Nauka Publ., 1984.133 p. (in Russ.).
3. Ostapkovich G. V. On the system of indicators of the cyclical nature of the economy. G. V. Ostapkovich. *Voprosy statistiki*. 2000; 12: 15–17. ISSN 2313-6383 (in Russ.).
4. Alexander S. S. Rate of Change Approaches to Forecasting-Diffusion Indexes and First Differences. S. S. Alexander. *The Economic Journal*. 1958; 68(270): 288–301.
5. Banerjee A. Are there any reliable leading indicators for US inflation and GDP growth? A. Banerjee and M. Marcellino. *International Journal of Forecasting*. 2006; 22(1): 137–151.

Информация об авторе:

Гребенников Валерий Григорьевич — доктор экономических наук, главный научный сотрудник лаборатории институциональной динамики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Центральный экономико-математический институт РАН (ЦЭМИ РАН), Нахимовский проспект, д. 47, Москва, 117418, Россия. РИНЦ AutorID: 73833.

Information about the author:

Grebennikov Valery G. – Doctor of Sciences (Econ.), Chief Researcher Laboratory for Institutional Dynamics Central Economics and Mathematics Institute of the Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), 47 Nakhimovsky Prospect, Moscow, 117418, Russian Federation. RCSI AutorID: 73833.

Статья поступила в редакцию 18.12.2020; одобрена после рецензирования 14.01.2021; принята к публикации 14.01.2021.
The article was submitted 12/18/2020; approved after reviewing 01/14/2021; accepted for publication 01/14/2021.